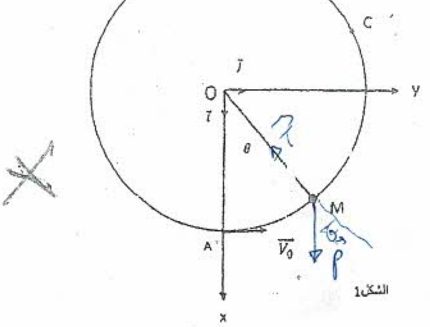
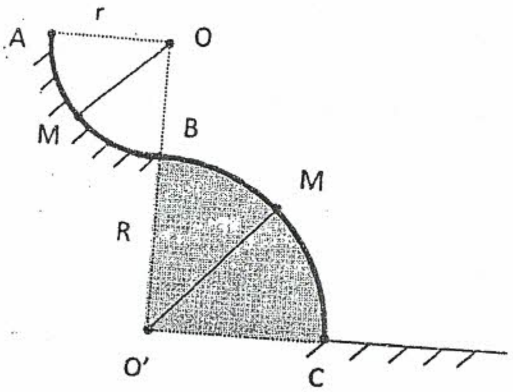
T.D N...
التحريك
2020/2019

ت 1: كتلة m معلقة عند النقطة O بخيط عديم الكتلة طوله L وغير قابل للتمدد (شكل 1).
في البداية تكون الكتلة عند النقطة A في حالة التوازن ثم تقذف بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0}$،
نحدد موقع الكتلة باستعمال الزاوية θ حيث $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$.



1- ما هي جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة الكتلة، أكتب فيها شعاع الموقع.
2- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك في هذه الجملة ثم بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب:
$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$.يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$. استنتج عبارة $\frac{d\theta}{dt}$.
3- أوجد عبارة توتر الخيط T، أين تكون شدته عظمى وصغرى.
4- ما هي أصغر قيمة للسرعة $\overrightarrow{V_0}$ التي تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة.
5- نفترض أن السرعة $\overrightarrow{V_0} = \sqrt{3gL}\vec{j}$. أوجد الزاوية θ_C للنقطة C التي تصبح الحركة بعدها غير دائرية. ما هي عبارة سرعة الكتلة عندها، مثلها على الرسم.
كيف تصبح الحركة بعد النقطة C ؟

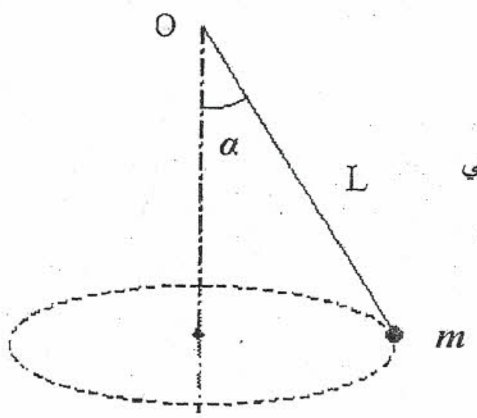
ت 2
dyn
~~التمرين 3 (4 نقاط)~~ الجزء A : تترك نقطة مادية كتلتها m من دون سرعة ابتدائية في النقطة A من المسار الدائري الشاقولي AB (ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها r). الحركة فوق AB تتم بدون احتكاك.



نقطة كيفية M من المسار AB .
1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار AB .
2- اوجد سرعة النقطة المادية في M باستعمال مبادئ العمل والطاقة.
3- تأكد ان النقطة المادية تصل إلى B بسرعة : $V_B = \sqrt{2gr}$.

~~التمرين 4 (6 نقاط)~~ الجزء (ب) : عند وصول النقطة المادية في التمرين السابق إلى B تواجه مسارا دائريا شاقوليا أخر BC مركزه O' ونصف قطره R.
حركة النقطة المادية فوق BC هي أيضا بدون احتكاك.
1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC.
2- اختر مرجعا مناسبا لدراسة الحركة فوق BC واكتب المعادلات الخاصة بها.
3- استنتج قوة رد فعل المسار على النقطة المادية.
4- ما هو مسار النقطة المادية لما : ا- $R = 3r$ و ب- $R = r$.

ت 3
~~التمرين 06~~ : كتلة m معلقة بخيط طوله L، طرفه الآخر مثبت عند النقطة O ، تقوم بحركة دائرية منتظمة بسرعة زاوية ω_1 .
1- أوجد العلاقة بين ω_1 ، L ، g و $Cos\alpha$ ، ثم أحسب توتر الخيط
2- بين أن الحركة تكون ممكنة إذا كانت $\omega_1 \geq \omega_0$ ،عين هذه القيمة.
3- أحسب كمية الحركة $\vec{P} = m.\vec{V}$ و العزم الحركي $\vec{L}$ لهذه الكتلة، ثم أحسب عزم محصلة القوى بالنسبة للنقطة O و تحقق من نظرية العزم الحركي
4- نفترض أن النقطة المادية تتحرك هذه المرة دون احتكاك على السطح الجانبي لمخروط نصف زاوية رأسه α، بسرعة زاوية ω_2 حيث $\omega_2 < \omega_1$ ، أحسب رد فعل المخروط . ماذا يحدث في حالة $\omega_2 > \omega_1$؟



ت 4 / العزم الحركي

السنة الجامعية 2020/2019
قسنطينة في : 2020/01/11

جامعة الإخوة منتوري قسنطينة 1
كلية العوم الدقيقة / الجذع المشترك – علوم المادة

الحل النموذجي للمراقبة القصيرة رقم 1 في مادة الميكانيك (فيزياء 1) – المدة : 1 ساعة

التمرين الأول (08 نقاط) :

$$\frac{d\vec{L}_{(o)}}{dt} = \vec{0}$$

$M_2 \longleftarrow O \longrightarrow M_1$

$$\vec{L} = \vec{cte} = \vec{OM_1} \wedge \vec{P_1} = \vec{OM_2} \wedge \vec{P_2} = \vec{OM_0} \wedge \vec{P_0}$$

$$\|\vec{OM_1} \wedge \vec{P_1}\| = \|r_1 \vec{i} \wedge m v_1 \vec{j}\| = \|-r_2 \vec{i} \wedge -m v_2 \vec{j}\|$$

$$= \|\vec{OM_0}\| \, \|m\vec{v_0}\| \sin\alpha$$

$$r_1 m v_1 = OM_0 \cdot m \cdot v_0 \sin\alpha \Rightarrow \boxed{v_1 = \frac{OM_0 \, v_0 \sin\alpha}{r_1}}$$

$$\boxed{v_2 = \frac{OM_0 \, v_0 \sin\alpha}{r_2}}$$

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{\gamma} \Rightarrow P\cos\theta \vec{U_\rho} - P\sin\theta \vec{U_\theta} - T\vec{U_\rho} = m\gamma_\rho \vec{U_\rho} + m\gamma_\theta \vec{U_\theta}$$

$$P\cos\theta - T = m\gamma_\rho \qquad \vec{OM} = L\vec{U_\rho} \Rightarrow \vec{v} = L\dot{\theta}\vec{U_\theta}$$

$$-P\sin\theta = m\gamma_\theta \qquad \vec{\gamma} = -L\dot{\theta}^2 \vec{U_\rho} + L\ddot{\theta}\vec{U_\theta}$$

$$mg\cos\theta - T = -mL\dot{\theta}^2 \Rightarrow T = mg\cos\theta + mL\dot{\theta}^2$$

$$-mg\sin\theta = mL\ddot{\theta} = mL\frac{d\dot{\theta}}{dt} = mL\frac{d\dot{\theta}}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = mL\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}$$

$v = R\dot{\theta}$

$v_0 = R\dot{\theta}_0$

$$-g\sin\theta \, d\theta = L\dot{\theta}\, d\dot{\theta}$$

$$\int g\sin\theta \, d\theta = \int L\dot{\theta}\, d\dot{\theta} \Rightarrow \Big[g\cos\theta\Big]_0^M = L\Big[\frac{1}{2}\dot{\theta}^2\Big]_0^M$$

$$g[\cos\theta - \cos 0] = \frac{1}{2}L\left[\dot{\theta}_M^2 - \dot{\theta}_0^2\right] = \frac{1}{2}L\left[\dot{\theta}_M^2 - \frac{v_0^2}{L^2}\right]$$

$$\dot{\theta}_M^2 = \frac{2g}{L}[\cos\theta - 1] + \frac{v_0^2}{L^2}$$

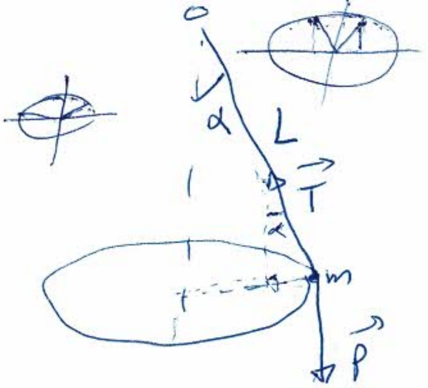
$$T = mg\cos\theta + mL \cdot \frac{2g}{L}(\cos\theta - 1) + mL\frac{v_0^2}{L^2}$$

$$= mg\cos\theta + 2mg(\cos\theta - 1) + m\frac{v_0^2}{L}$$

$$\boxed{T = 3mg\cos\theta - 2mg + m\frac{v_0^2}{L}}$$

T_{max} $\quad \theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1 \Rightarrow T_{max} = mg + m\frac{v_0^2}{L}$

T_{min} $\quad \theta = \pi \Rightarrow T_{min} = -5mg + m\frac{v_0^2}{L}$ $\quad T > 0 \Rightarrow$ $5mg$



$$\vec{AC}\begin{pmatrix}1-3\\-3-1\\2-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-4\\2\end{pmatrix}$$

$\lfloor 6$

$\omega_1 = C^{te}$

$4+4+16$

$24 = 4\times 6$

$2\sqrt{6}$

$\cancel{tg\alpha} = \quad \sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$

$\vec{P}+\vec{T} = m\vec{\gamma} = m\gamma_T\vec{u}_T + m\gamma_N\vec{u}_N$ $\quad\lfloor 1^{o}$

$\cos\alpha = \dfrac{P}{T} \Rightarrow \boxed{T = \dfrac{mg}{\cos\alpha}}$

$6\sqrt{6.2} =$

$6.\sqrt{12}$

$6.2\sqrt{3}$

$12\sqrt{3}$

$$T\sin\alpha\,\vec{u}_N + T\cos\alpha\,\vec{k} - mg\,\vec{k} = m\gamma_T\vec{u}_T + m\gamma_N\vec{u}_N$$

$T\sin\alpha = m\gamma_N \Rightarrow$

$T\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow$

$m\gamma_T = 0 \Rightarrow \boxed{\gamma_T = 0}$

$$\boxed{\begin{matrix}T\sin\alpha = m\dfrac{v^2}{R}\\ mg = T\cos\alpha\end{matrix}} \Rightarrow \boxed{T = \dfrac{mg}{\cos\alpha}}$$

0.28867

$T\sin\alpha = m\dfrac{v^2}{R} = m\dfrac{(R\omega_1)^2}{R} = mR\omega_1^2$

$T\cos\alpha = mg$

$\vec{OM} = R\vec{u}_\rho$

$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

$\Rightarrow v = R\dot{\theta} = R\omega_1$

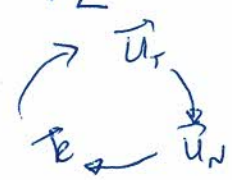
$\dfrac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \dfrac{\cancel{m}R\omega_1^2}{\cancel{m}g} \Rightarrow tg\alpha = \dfrac{R\omega_1^2}{g}$ or $\sin\alpha = \dfrac{R}{L} \Rightarrow R = L\sin\alpha$

$\dfrac{\cancel{\sin\alpha}}{\cos\alpha} = L\cancel{\sin\alpha}.\dfrac{\omega_1^2}{g} \Rightarrow \omega_1^2 = \dfrac{g}{L\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \dfrac{g}{L\omega_1^2}}$

$T = \dfrac{mg}{\cos\alpha} = \dfrac{mg}{\frac{g}{L\omega_1^2}} \Rightarrow \boxed{T = mL\omega_1^2}$

2°) $\cos\alpha \leq 1 \Rightarrow \dfrac{g}{L\omega_1^2} \leq 1 \Rightarrow \omega_1^2 \geq \dfrac{g}{L} \Rightarrow \omega_1 \geq \sqrt{\dfrac{g}{L}}$

$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{L}}}$



3°) $\vec{P} = m\vec{v} = mR\omega_1\vec{u}_T = mR\sqrt{\dfrac{g}{L\cos\alpha}}\,\vec{u}_T$ $\quad R = ?\quad \sin\alpha = \dfrac{R}{L} \Rightarrow$ $\boxed{R = L\sin\alpha}$

$\vec{P} = m\sqrt{L^2\sin^2\alpha.\dfrac{g}{L\cos\alpha}}\,\vec{u}_T = m\sqrt{L\dfrac{\sin^2}{\cos\alpha}g}\,\vec{u}_T$

$\cos\alpha = \dfrac{OO'}{L}$

$\vec{L}_{(O)} = \vec{OM}\wedge\vec{P} = (\vec{OO'}+\vec{O'M})\wedge\vec{P} = (-L\cos\alpha\,\vec{k} + L\sin\alpha\,\vec{u}_N)\wedge mR\omega_1\vec{u}_T$

$L\sin\alpha$

$= -mL^2\sin\alpha\cos\alpha\,\vec{u}_N + mL^2 s^2\alpha\,\vec{k}$

$$\vec{\mathcal{M}}_{(0)}(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{T} + \vec{OM} \wedge \vec{P} = (+L\sin\alpha\,\vec{u}_\rho - L\cos\alpha\,\vec{k}) \wedge -mg\,\vec{k}$$

I

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}}_{(0)}(\vec{F}) = mgL\sin\alpha\,\vec{u}_\theta}$$

$\vec{u}_\rho$, $\vec{k}$, $\vec{u}_\theta$

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \vec{N} + \vec{T} + \vec{P} = m\vec{\gamma}$$

$$+N\sin\alpha\,\vec{k} + N\vec{u}_\rho + T\cos\alpha\,\vec{k} - T\sin\alpha\,\vec{u}_\rho - mg\vec{k} = m\gamma_\rho\vec{u}_\rho + m\gamma_\theta\vec{u}_\theta + m\gamma_z\vec{k}$$

$$\begin{cases} N\sin\alpha + T\cos\alpha - mg = m\gamma_z \\ N - T\sin\alpha = m\gamma_\rho = m\gamma_N = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 \\ 0 = m\gamma_\theta \end{cases}$$

$N\sin\alpha + T\cos\alpha - mg = 0$

$T\sin\alpha = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 \Rightarrow T = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 + N\sin\alpha$

$$-N\cos\alpha\,\vec{u}_N + N\sin\alpha\,\vec{k} + T\sin\alpha\,\vec{u}_N + T\cos\alpha\,\vec{k} - mg\vec{k} = m\gamma_N\vec{u}_N$$

~~$-N\cos\alpha + T\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}$~~ $= mL\sin\alpha\,\omega_2^2$

$N = \frac{1}{2}m\left[g - L\omega_2^2\frac{g}{\dots}\right]$

$= \frac{1}{2}mg\left[1 \dots\right]$

$N\sin\alpha + T\sin\alpha - mg = 0$

$-N\cos\alpha + T\sin\alpha = m\gamma_N = mL\sin\alpha\,\omega_2^2$

$\cdot\ N\sin\alpha + T\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg - N\sin\alpha}{\cos\alpha}$

~~$N\sin\alpha + \frac{mg - N\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha = mg$~~

$-N\cos\alpha + \frac{mg - N\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 \Rightarrow -N\cos\alpha + \frac{mg}{\cos\alpha} - N\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} = mL\sin\alpha\,\omega_2^2$

$\frac{mg}{\cos\alpha} - mL\sin\alpha\,\omega_2^2 = N\left(\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\right) = \frac{N}{\cos\alpha}$

$N = m\left[g - L\sin\alpha\,\frac{g}{\dots}\,\omega_2^2\right] = mg\left[1 - \sin\alpha\right]\dots$

$N = mg - mL\sin\alpha\cos\alpha\,\omega_2^2$

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur Et de la Recherche Scientifique

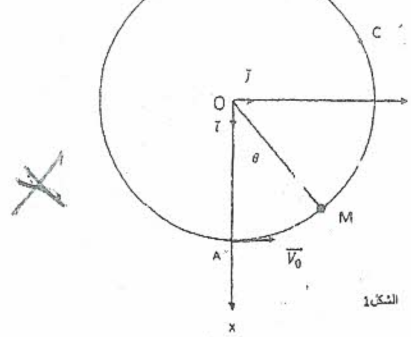
AVENANT N° 01 AU CONTRAT N° 65 DU 21/04/2013 PORTANT MONTANT ET MODALITE D'UTILISATION DE LA SUBVENTION D'EQUIPEMENT

DANS LE CADRE DU FONDS NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET DU DEVELOPPEMENT TECHNOLOGIQUE.

التمرين 04: جسم m معلقة عند النقطة O بخيط عديم الكتلة طوله L وغير قابل للتمدد (شكل 1).

في البداية تكون الكتلة عند النقطة A في حالة التوازن ثم تقذف بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0}$،

نحدد موقع الكتلة باستعمال الزاوية θ حيث $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$.



الشكل1

1- ما هي جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة الكتلة، أكتب فيها شعاع الموقع.

2- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك في هذه الجملة ثم بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب:

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$. يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$. استنتج عبارة $\frac{d\theta}{dt}$.

3- أوجد عبارة توتر الخيط T، أين تكون شدته عظمى وصغرى.

4- ما هي أصغر قيمة للسرعة $\overrightarrow{V_0}$ التي تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة.

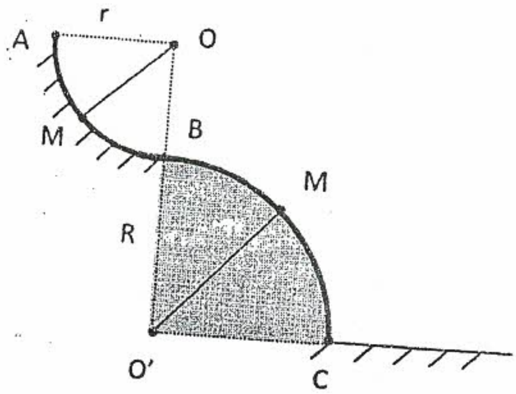
5- نفترض أن السرعة $\overrightarrow{V_0} = \sqrt{3gL}\vec{j}$. أوجد الزاوية θ_C للنقطة C التي تصبح الحركة بعدها غير دائرية. ما هي عبارة سرعة الكتلة عندها، مثلها على الرسم. كيف تصبح الحركة بعد النقطة C ؟

التمرين 3 (4 نقاط) : تترك نقطة مادية كتلتها m من دون سرعة ابتدائية في النقطة A من المسار الدائري الشاقولي AB (ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها r). الحركة فوق AB تتم بدون احتكاك.

1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار AB .

2- اوجد سرعة النقطة المادية في M باستعمال مبادئ العمل والطاقة.

3- تأكد أن النقطة المادية تصل إلى B بسرعة : $V_B = \sqrt{2gr}$.



التمرين 4 (6 نقاط) : عند وصول النقطة المادية في التمرين السابق إلى B

تواجه مسارا دائريا شاقوليا أخر BC مركزه 'O ونصف قطره R.

حركة النقطة المادية فوق BC هي أيضا بدون احتكاك.

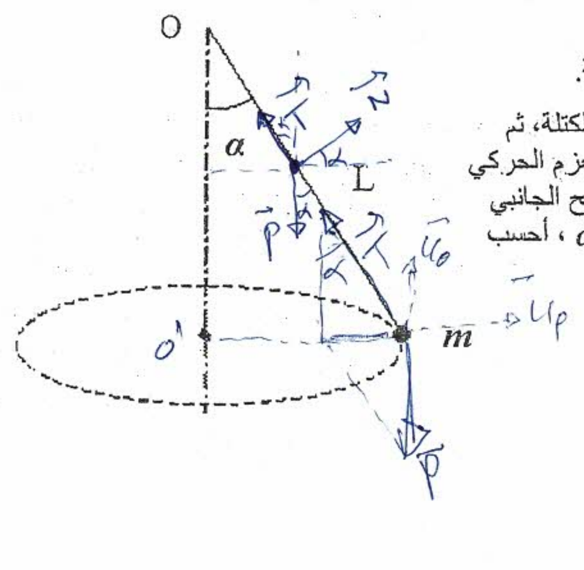
1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC.

2- اختر مرجعا مناسبا لدراسة الحركة فوق BC واكتب المعادلات الخاصة بها.

3- استنتج قوة رد فعل المسار على النقطة المادية.

4- ما هو مسار النقطة المادية لما : ا- $R = 3r$ و ب- $R = r$.

التمرين06 : كتلة m معلقة بخيط طوله L، طرفه الآخر مثبت عند النقطة O ، تقوم بحركة دائرية منتظمة بسرعة زاوية ω_1 .



1- أوجد العلاقة بين ω_1 ، L ، g و $Cos\alpha$ ، ثم أحسب توتر الخيط

2- بين أن الحركة تكون ممكنة إذا كانت $\omega_1 \geq \omega_0$ ،عين هذه القيمة.

3- أحسب كمية الحركة $\vec{P} = m.\vec{V}$ و العزم الحركي $\vec{L}$ لهذه الكتلة، ثم أحسب عزم محصلة القوى بالنسبة للنقطة O و تحقق من نظرية العزم الحركي

4- نفترض أن النقطة المادية تتحرك هذه المرة دون احتكاك على السطح الجانبي لمخروط نصف زاوية رأسه α، بسرعة زاوية ω_2 حيث $\omega_2 < \omega_1$ ، أحسب رد فعل المخروط . ماذا يحدث في حالة $\omega_2 > \omega_1$؟